

## XXXII. Nemzetközi Magyar Matematikaverseny

Temesvár, 2026. április 22–26.

### IX. osztály

- 1. feladat.** Három prímszám szorzata az összegük hétszeresével egyenlő. Add meg az összes lehetséges megoldást!
- 2. feladat.** A Fibonacci-számsorozat első két tagja 1-es és a harmadiktól kezdve pedig úgy kapjuk a tagokat, hogy az előző két tagot összeadjuk, vagyis a sorozat első néhány tagja: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... Hány olyan szám van a sorozat első 2026 tagja között, amelynek a 7-tel való osztási maradéka 6?
- 3. feladat.** 1992 szigorúan pozitív egész szám négyzetösszege 2026. Melyek ezek a számok?
- 4. feladat.** Az  $ABC$  háromszögben  $\widehat{CAB} = 50^\circ$  és  $\widehat{ABC} = 20^\circ$ . Az  $AB$  oldalon felvesszük a  $D$  és  $E$  különböző pontokat úgy, hogy  $D$  az  $AE$  szakasz belső pontja, míg  $E$  a  $DB$  szakasz belső pontja és  $AD = BE = CE$ .  
Bizonyítsd be, hogy a  $CDE$  háromszögben a  $C$  csúcsból induló súlyvonal (oldalfelező), a  $D$  csúcsból induló magasságvonal és az  $E$  csúcsból induló belső szögfelező egy pontban metszik egymást!
- 5. feladat.** Határozd meg, hogy legtöbb hány részre osztja fel a síkot 10 darab olyan téglalap, amelyeknek megfelelő oldalai párhuzamosak!
- 6. feladat.** Egy  $n \times n$ -es négyzetrácsot *cselesnek* nevezünk, ha a mezőibe be tudjuk írni a pozitív egész számokat 1-től  $n^2$ -ig úgy, hogy bármely két egymást követő szám élben szomszédos mezőbe kerüljön, és a négyzetszámok mind különböző sorban és különböző oszlopban legyenek.
  - a) Igazold, hogy  $n = 3$  esetén nincs cseles négyzetrács!
  - b) Adj példát egy-egy cseles négyzetrácsra  $n = 4$ , illetve  $n = 5$  esetén!
  - c) Létezik-e cseles négyzetrács, ha  $n = 2026$ ? Válaszodat indokold!

Megjegyzések: Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér, amelyből 1 pont hivatalból jár. A feladatok lényeges általánosítására maximálisan további 5 pont szereshető. Munkaidő: 4 óra.